



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Харьковский авиационный институт  
им. Н. Е. Жуковского

7010.

Н. С. КАЧЕРОВСКАЯ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
УПРУГИХ  
ПОСТОЯННЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

**(Учебное пособие  
по лабораторной работе)**

Харьков  
Харьковский авиационный институт  
1980

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Харьковский авиационный институт  
им. Н.Е. Жуковского

Н.С. КАЧЕРОВСКАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ МАТЕРИАЛОВ  
(Учебное пособие по лабораторной работе)

Харьков  
Харьковский авиационный институт  
1960

Определение упругих постоянных материалов. (Учебное пособие по лабораторной работе). Качеровская Н.С. - Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1980.-16 с.

В данном учебном пособии приводится методика определения упругих постоянных материалов: модуля продольной упругости, модуля сдвига и коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона).

Пособие содержит краткие теоретические сведения по данной теме, практические указания по проведению экспериментов и обработке экспериментальных данных.

В пособии приведены контрольные вопросы для подготовки студентов к проведению лабораторной работы.

Предназначается для студентов, обучающихся в Харьковском авиационном институте на факультетах самолето- и авиадвигателестроения, а также для студентов вузов, изучающих сопротивление материалов в объемах, принятых для указанных специальностей.

Ил. 8. Табл. 1.



Харьковский авиационный институт, 1980 г.

Цель работы: определение посредством опыта упругих свойств материала.

### I. Основные положения

Упругие свойства материала характеризуются тремя упругими постоянными:

- модулем продольной упругости  $E$  ;
- модулем сдвига  $G$  ;
- коэффициентом поперечной деформации (коэффициентом Пуассона)  $\mu$ .

В таблице I.1 приведены значения упругих постоянных для различных материалов.

Таблица I.1  
Упругие постоянные некоторых материалов

Материал	Модуль продольной упругости $E$ , кг/см	Модуль сдвига $G$ , кг/см <sup>2</sup>	Коеф. поперечной деформации $\mu$
Сталь	$(1,8-2,2) \cdot 10^6$	$(8,0-8,5) \cdot 10^5$	0,23 - 0,30
Медь	$(1,0-1,2) \cdot 10^6$	$(4,0-4,9) \cdot 10^5$	0,31 - 0,34
Алюминий	$(0,7-0,75) \cdot 10^6$	$(2,6-3,0) \cdot 10^5$	0,32 - 0,34
Резина	10 - 80	3,5 - 27	0,47
Чугун	$(1,1-1,6) \cdot 10^6$	$4,5 - 10^5$	0,23 - 0,27

Упругие постоянные изотропных материалов связаны между собой зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1.1)$$

## 2. Определение модуля продольной упругости

### 2.1. Основные положения

Модулем продольной упругости, или модулем упругости первого рода, называется коэффициент пропорциональности в законе Гука при растяжении

$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad (2.1)$$

где  $\sigma_x$  - нормальное напряжение;  
 $\varepsilon_x$  - относительная продольная деформация;  
 $E$  - модуль продольной упругости.

Относительная продольная деформация определяется как отношение

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2.2)$$

где  $\Delta l$  - абсолютное удлинение, равное  $\Delta l = l - l_0$ ;  
 $l_0$  - первоначальная длина рабочей части образца;  
 $l$  - длина рабочей части образца в момент определения деформации (рис. 2.1).

Относительная продольная деформация - безразмерная величина, а размерность модуля продольной упругости совпадает с размерностью напряжений, т.е. измеряется в кг/см<sup>2</sup> (Н/м<sup>2</sup>).

С физической точки зрения модуль продольной упругости характеризует сопротивляемость данного материала деформации растяжения.

Геометрически модуль продольной упругости соответствует тангенсу угла наклона условной диаграммы напряжений на том участке, где справедлив закон Гука. Действительно, из диаграммы (рис. 2.2) следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AA''}{AA'} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}. \quad (2.3)$$

Согласно закону Гука

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}. \quad (2.4)$$

Тогда

$$E = \operatorname{tg} \alpha.$$

(2.5)

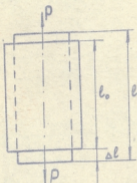


Рис. 2.1. Рабочая часть образца при испытании на растяжение

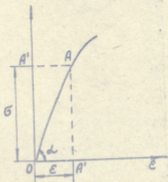


Рис. 2.2. Условная диаграмма растяжения стандартных образцов из мягкой стали

## 2.2. Определение модуля продольной упругости опытным путем

Модуль продольной упругости определяется опытным путем при испытании на растяжение стандартных образцов из данного материала. Если нормальные напряжения не превышают предела пропорциональности, то справедлив закон Гука

$$\Delta l = \frac{P l_0}{E F_0}, \quad (2.6)$$

где  $P$  — нагрузка в момент определения деформации;  
 $F_0$  — первоначальная площадь поперечного сечения образца;  
 $\Delta l$  — абсолютное удлинение, вызванное приложенной силой  $P$ .

Исходя из (2.6),

$$E = \frac{P}{F_0} \cdot \frac{l_0}{\Delta l} = G_x \cdot \frac{1}{\varepsilon_x} = \frac{G_x}{\varepsilon_x} \quad (2.7)$$

В данной работе модуль продольной упругости определяется на испытательной машине Р-5.

Образец центрируется в захватах машины во избежание его перекоса. Для замера абсолютного удлинения (абсолютной продольной деформации)  $\Delta l$  в этой лабораторной работе применяется зеркальный тензомер Мартенса. Учитывая возможный эксцентриситет приложения нагрузки, вызывающий изгиб образца, тензомеры устанавливаются с каждой стороны образца.

Замер удлинений производится в пределах базы тензометра  $l_0$ . Если деформация происходит в пределах пропорциональности, то равным приращением нагрузки соответствует равные приращения удлинений (рис. 2.3). Поэтому нагружение производится равными приращениями нагрузок  $\Delta P$ .

При проведении эксперимента необходимо предварительно нагрузить образец первоначальной нагрузкой. Это позволяет уменьшить влияние зазоров в машине и скольжения головок образца в захватах на точность отсчета. Начальная нагрузка зависит от площади поперечного сечения образца. В процессе испытания напряжения не должны превышать предела пропорциональности.

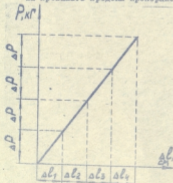


Рис. 2.3. Диаграмма растяжения образца в пределах пропорциональности

### 2.3. Порядок проведения эксперимента

1. Определение модуля продольной упругости в данной работе производится на плоском образце.

2. Измеряются и записываются в табл. I.1 бланка испытаний толщина и ширина поперечного сечения образца.

3. Образец нагружается начальной растягивающей силой  $P_0 = 500$  кг и в табл. I.1 бланка испытаний записываются данные отсчета по обоим зеркалам тензомера Мартенса

4. Нагрузка увеличивается на  $\Delta P = 300 \text{ кг}$ , для каждого значения нагрузки производится отсчет деформаций по тензомеру Мартенса. При этом действующая нагрузка не должна вызывать в образце напряжения, превышающие предел пропорциональности.

5. После окончания испытаний производится разгрузка образца.

#### 2.4. Обработка результатов испытания

1. Вычисляется площадь поперечного сечения образца  $F_0$ .
2. Определяются приращения отсчетов  $\Delta \Pi$  по каждому зеркалу тензомера Мартенса.
3. Определяется среднее сумми приращений отсчетов  $\Delta \Pi_{\text{ср}}$  для каждого из зеркал.
4. Определяется среднее приращение отсчета по обоим зеркалам.
5. Среднее абсолютное удлинение образца будет равным

$$\Delta l_{\text{ср}} = \frac{\Delta \Pi_{\text{ср}}}{K}, \quad (2.8)$$

где  $K$  — коэффициент увеличения тензомера Мартенса.

6. Модуль продольной упругости определяется по выражению

$$E = \frac{\Delta P \cdot l_0}{F_0 \cdot \Delta l_{\text{ср}}}, \quad (2.9)$$

*нап. / кал. ст.*  
*Н/к.с. / К-н.*

#### 2.5. Контрольные вопросы

1. Как записывается закон Гука при растяжении (сжатии)?
2. Что такое модуль продольной упругости?
3. По какой формуле определяется модуль продольной упругости?
4. Какую размерность имеет модуль продольной упругости? *Н/к.с. / кг/см*
5. Чем характеризуется модуль продольной упругости на условной диаграмме напряжения?
6. При определении каких деформаций используется модуль продольной упругости? *ст. пр. ст.*
7. В каких пределах находится значение модуля продольной упругости для стали? *48 - 2,2 · 10<sup>6</sup>*
8. Какие могут быть максимальные напряжения в образце при определении модуля продольной упругости?
9. Какие свойства материала характеризует модуль продольной упругости?  
*характеризует жесткость материала к деформации*



### 3. Определение коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона)

#### 3.1. Основные подходы

Коэффициентом поперечной деформации, или коэффициентом Пуассона  $\mu$ , называется абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации, определенная при осевом растяжении (или сжатии), в пределах пропорциональности (рис. 3.1.):

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right|, \quad (3.1)$$

где  $\epsilon_y = \frac{\Delta b}{b}$  - относительная поперечная деформация;

$\epsilon_x = \frac{\Delta l}{l_0}$  - относительная продольная деформация.

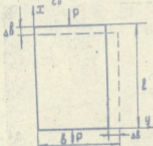


Рис. 3.1. Деформация элемента образца при растяжении

Если деформация происходит в пределах пропорциональности, то коэффициент Пуассона - величина постоянная, зависящая от упругих свойств материала.

Коэффициент Пуассона устанавливает связь между поперечной и продольной деформациями и характеризует сжимаемость материала.

Для изотропных материалов коэффициент Пуассона больше 0, но меньше 0,5, т.е.  $0 < \mu < 0,5$ .

#### 3.2. Определение коэффициента Пуассона опытным путем

Коэффициент Пуассона определяется опытным путем при испытании на растяжение стандартных образцов. Как и при определении модуля продольной упругости, образцы должны быть отцентрованы.

Для замера продольной и поперечной деформаций в данной работе применяются электрические тензометры сопротивления (тензодатчики).

С целью уменьшения погрешностей, вызванных нецентральной расположением образца, при замера деформаций тензодатчики необходимо

устанавливать с каждой стороны последнего.

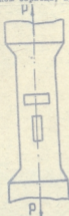


Рис. 3.2. Расположение тензодатчиков

Датчики приклеиваются к поверхности образца так (рис. 3.2), чтобы база датчика совпала с направлением измеряемой деформации, а датчик располагался возможно дальше от захватов машины, т.е. в таких сечениях, где распределение напряжения становится более равномерным.

Тензодатчики измеряют изменение длины образца в пределах их базы  $l_T$ . Поэтому первоначальная рабочая длина образца  $l_0$  в данном случае равна базе тензодатчика.

### 3.3. Порядок проведения эксперимента

1. Коэффициент поперечной деформации  $\mu$  в данной работе определяется на плоском образце, который использовался для оценки модуля продольной упругости  $E$  материала с помощью тензометра Мартенса.

2. Эксперимент проводится на испытательной машине Р-5.

3. Образец нагружается начальной растягивающей силой  $P_0 = 500 \text{ кг}$ .

4. При определении продольной и поперечной деформаций нагрузка повышается дискретно. Приращение нагрузки принимается равным

$$\Delta P = 500 \text{ кг}$$

5. Для каждого значения нагрузки, включая начальную, производится отсчет деформации по шкале тензостанции, и запись замера

вносятся в таблицу бланка испытаний.

6. После окончания испытаний образец разгружается.

### 3.4. Обработка результатов испытания

1. Подсчитывается приращение отсчетов по тензодатчикам  $\Delta N_1$ ,  $\Delta N_2$ , определяющим продольную и поперечную деформации.
2. Рассчитывается среднее приращение отсчетов  $\Delta N_{1\text{ср}}$ ,  $\Delta N_{2\text{ср}}$ .
3. Определяется средняя относительная продольная деформация:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta N_{1\text{ср}} \cdot C}{l_T}, \quad (3.2)$$

где  $C$  — цена деления шкалы тензостанции.

4. Определяется средняя относительная поперечная деформация:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta N_{2\text{ср}} \cdot C}{l_T}, \quad (3.3)$$

где  $C$  — цена деления шкалы тензостанции.

5. Подсчитывается коэффициент Пуассона:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right|. \quad (3.4)$$

С целью проверки значений модуля продольной упругости  $E$ , полученных с помощью тензометра Мартенса, можно воспользоваться значением относительной продольной деформации, найденным в данном эксперименте с помощью тензодатчиков.

Поскольку

$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad (3.5)$$

то

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}. \quad (3.6)$$

Для определения модуля продольной упругости  $E$  рассчитывается значение приращения напряжений:

$$\Delta \sigma_x = \frac{\Delta P}{F_0}; \quad (3.7)$$

$$E = \frac{\Delta \sigma_x}{\varepsilon_x}. \quad (3.8)$$

### 3.5. Контрольные вопросы

II. от конгр.

1. По какой формуле определяется коэффициент Пуассона?  $\mu = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}$
2. Какую размерность имеет коэффициент Пуассона?  $0,3$
3. Что такое коэффициент Пуассона?
4. Что характеризует коэффициент Пуассона?  $\sigma_{\text{сжат}} - \sigma_{\text{раст}}$
5. В каких пределах располагаются значения коэффициента Пуассона для изотропных материалов?  $0 - 0,5$
6. В каких пределах находятся значения коэффициента Пуассона для сталей?  $0,23 - 0,3$
7. Как расположены тензометры на образце при определении деформации для расчета коэффициента Пуассона?  $\sigma$  *катер. стержни обр.*
8. Какое может быть максимальное напряжение в образце при определении коэффициента Пуассона?

### 4. Определение модуля сдвига

#### 4.1. Основные положения

Модулем сдвига, или модулем упругости второго рода, называется коэффициент пропорциональности в законе Гука при сдвиге

$$\tau = G\gamma, \quad (4.1)$$

где  $\tau$  - касательное напряжение;  
 $G$  - модуль сдвига (модуль упругости второго рода);  
 $\gamma$  - относительный сдвиг.

Относительный сдвиг  $\gamma$  определяется как отношение

$$\gamma = \frac{\Delta S}{l}, \quad (4.2)$$

где  $\Delta S$  - абсолютный сдвиг (рис. 4.1);  
 $l$  - расстояние между сдвигаемыми плоскостями.

Относительный сдвиг  $\gamma$  - безразмерная величина. Размерность модуля сдвига совпадает с размерностью напряжений ( $\text{кг}/\text{см}^2$ , или  $\text{Н}/\text{м}^2$ ). С физической точки зрения модуль сдвига характеризует сопротивляемость данного материала деформации сдвига.

Модуль сдвига является механической характеристикой, позволяющей вычислить деформации или напряжения при сдвиге.

Деформация сдвига достаточно наглядно проявляется при скручивании конструктивных элементов круглого поперечного сечения (валов). Например, при действии крутящих моментов  $M_{кр}$  рассматриваемый элемент материала скручивается (см. рис. 3.2). Отрезки  $ab$  и  $cd$  остаются параллельными, но сдвинутыми относительно друг друга. Поэтому модуль сдвига чаще всего определяется по результатам испытаний на кручение сплошных цилиндрических образцов, изготовленных из данного материала.

Деформация кручения характеризуется углом поворота одного поперечного сечения относительно другого (рис. 4.2):

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot J_p}, \quad (4.3)$$

где  $\varphi$  - угол поворота, рад;

$M_{кр}$  - крутящий момент;

$l$  - длина образца;

$J_p$  - полярный момент инерции поперечного сечения образца.

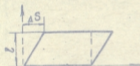


Рис. 4.1. Изменение формы прямоугольного элемента при сдвиге

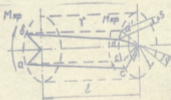


Рис. 4.2. Деформация элемента при кручении

#### 4.2. Определение модуля сдвига стали опытным путем

Модуль сдвига в данной лабораторной работе определяется из опыта по закручиванию сплошного цилиндрического образца круглого поперечного сечения, изготовленного из мягкой стали. Испытание производится на испытательной машине КМ-50.

Из формулы (4.3) следует, что

$$G = \frac{M_k \ell}{\varphi J_p} \quad (4.4)$$

Полярный момент инерции поперечного сечения образца определяется по формуле

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}, \quad (4.5)$$

где  $d$  - диаметр образца.

Для замера угла закручивания  $\varphi$  на образец устанавливаются две скобы, соединенные между собой и с индикатором часового типа (рис. 4.3).

Расстояние  $\ell_0$  между скобами, на котором измеряется угол закручивания  $\varphi$ , является рабочей длиной, или базой прибора. При закручивании образца I скоба 2 поворачивается относительно скобы 4 и индикатор 3 фиксирует это перемещение. В пределах малых деформаций образца линейное перемещение конца иглы индикатора эквивалентно углу поворота сечений образца в месте крепления скоб относительно друг друга.

Шкала индикатора градуируется в единицах угла поворота. Величина угла закручивания равна

$$\varphi = n \cdot c, \quad (4.6)$$

где  $n$  - число делений индикатора;

$c$  - цена делений индикатора, равная  $1^\circ$ .

При нагружении образца необходимо следить, чтобы максимальные напряжения не превосходили предела пропорциональности.

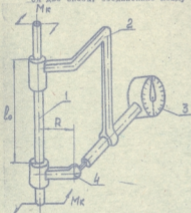


Рис. 4.3. Схема устройства для замера угла закручивания

## 4.3. Порядок проведения эксперимента

1. Измеряется и записывается в таблицу бланка испытания диаметр образца  $d$  и расстояние между скобами  $l_0$ .
2. Образец нагружается начальным моментом  $M_{кр} = 100 \text{ кг}\cdot\text{см}$ .
3. Шкала индикатора устанавливается на отметку 0.
4. Нагрузка увеличивается дискретно ( $\Delta M_{кр} = 100 \text{ кг}\cdot\text{см}$ ).
5. Для каждой нагрузки записываются показания индикатора.
6. После проведения испытаний производится разгрузка образца.

## 4.4. Обработка результатов испытаний

1. Вычисляется полярный момент инерции сечения  $J_p$  образца, см<sup>4</sup>.
2. Подсчитываются приращения отсчетов для угла закручивания образца  $\Delta \varphi$ , мин.
3. Вычисляется среднее приращение отсчета  $\Delta \varphi_{cp}$ , град. и переводится в радианы.
4. Определяется модуль упругости:

$$G = \frac{\Delta M_{кр} l_0}{\Delta \varphi_{cp} J_p} \quad (4.7)$$

Получив значения трех упругих постоянных материала, проверим наличие связи между ними:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (4.8)$$

## 4.5. Контрольные вопросы

1. Как записывается закон Гука при сдвиге?
2. Что такое модуль сдвига?
3. Какую размерность имеет модуль сдвига?
4. По какой из формул определяем угол закручивания при кручении?
5. По какой формуле определяется модуль сдвига в рассматриваемой работе?
6. При определении каких деформаций используется модуль сдвига?
7. Какие свойства материала характеризует модуль сдвига?
8. Какое может быть максимальное напряжение в образце при определении модуля сдвига?
9. В каких пределах находится значение модуля сдвига для сталей?
10. Какая существует зависимость между упругими постоянными материала?

Наталя Святославовна Качеровская

Определение упругих постоянных материалов  
(Учебное пособие по лабораторной работе)

Ответственный за выпуск Л.Н. Кравец

Редактор С.П. Гевло

---

Подписано к печати 30.01.80 г.

Формат 60x90/16. Бумага офс. № 2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,59. Тираж 700. Заказ 56 Цена 3 кр

---

Изготовлено на ротавинте в типографии ХАИ  
Харьков-191, ул. Чкалова, 17



3 коп.